ЛИТЕРАТУРА

1. Красносельский М. А., Рутицкий Я. Б. *Выпуклые функции и пространства Орлича.* – М.: ГИФМЛ, 1958. - 272 с.

2. Бикчентаев А. М., Садыртдинова Л. И. *К теории функций Орлича,* I/ Казанск. ун-т, 1999. - 26 с. - Деп. в ВИНИТИ 14.05.99, N 1528-В99.

А. М. Бикчентаев, С. А. Григорян,
А. Н. Шерстнев (Казань)

B(H) АЛГЕБРАИЧЕСКИ ПОРОЖДАЕТСЯ СВОИМИ ПРОЕКТОРАМИ

Пусть H — гильбертово пространство над полем $\Lambda(=\mathbb{R}$ или $\mathbb{C})$. Через $B(H)$ обозначим $*$-алгебру всех линейных ограниченных операторов в H. Оператор $T \in B(H)$ называется *проектором*, если $T^2 = T = T^*$.

Когда H бесконечномерно, в [1] было доказано, что каждый оператор $T \in B(H)$ представляется в виде конечной суммы $T = \sum T_k$, где каждое T_k есть произведение проекторов не более, чем четырех проекторов. На самом деле справедливо следующее утверждение, которое является окончательным и неулучшаемым (по числу сомножителей):

Теорема. *Каждый оператор $T \in B(H)$ представляется в виде конечной суммы $T = \sum T_k$, где каждое T_k есть произведение не более, чем двух проекторов при* $\dim\, H = \infty$ *и не более, чем трех проекторов при* $2 \leq \dim\, H < \infty$.

Отметим, что ранее [2-4] изучались лишь представления вида $T = \sum \alpha_k T_k$, где $\alpha_k \in \Lambda$ и каждое T_k есть конечное произведение (без ограничения на число сомножителей) проекторов в бесконечномерном гильбертовом пространстве.

Работа поддержана программой "Университеты России" (проект 990213) и РФФИ (проекты 98-01-00103 и 99-01-00441).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бикчентаев А. М. *$B(H)$ алгебраически порождается своими проекторами*// Теория функций, ее прил. и смежные вопросы. Материалы школы-конф., посв. 130-летию со дня рождения Д.Ф.Егорова. – Казань: Изд–во Каз. матем. об- ва, 1999. - С. 42-43.

2. Dixmier J. *Position relative de deux variétés linéares fermées dans un espace de Hilbert*// Revue Scientifique. – 1948. – V. 86. – P. 387–399.

3. Holland S. S., Jr. *Projections algebraically generate the bounded operators on real or quarternionic Hilbert space*// Proc. Amer. Math. Soc. – 1995. – V. 123. – No 11. – P. 3361–3362.

4. Fillmore P. A. and Topping D. M. *Operator algebras generated by projections*// Duke Math. J. – 1967. – V. 34. – No 2. – P. 333–336.

А. М. Бикчентаев, А. Д. Маклаков (Казань)

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАТРИЦ НАД КОНЕЧНЫМИ ПОЛЯМИ В ВИДЕ КОНЕЧНЫХ СУММ ПРОИЗВЕДЕНИЙ СИММЕТРИЧНЫХ ИДЕМПОТЕНТОВ

В [1] фактически показано, что каждый линейный ограниченный оператор в бесконечномерном гильбертовом пространстве представляется в виде конечных сумм произведений не более, чем трех ортопроекторов. В [2] это число уменьшено до двух и для конечномерного случая показано, что число сомножителей равно трем.

Здесь приведены два утверждения для $n \times n-$матриц ($n \geq 2$) над полем вычетов Z_p, где p — простое число. Второе утверждение является аналогом упомянутых результатов. В таких полях ортопроекторам соответствуют симметричные идемпотенты (далее с.и.). Неожиданным является тот факт, что число сомножителей равно двум, как и для операторов в бесконечномерном гильбертовом пространстве ($p > 2$). При $p = 2$ результат аналогичен конечномерному случаю над полями $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$.